



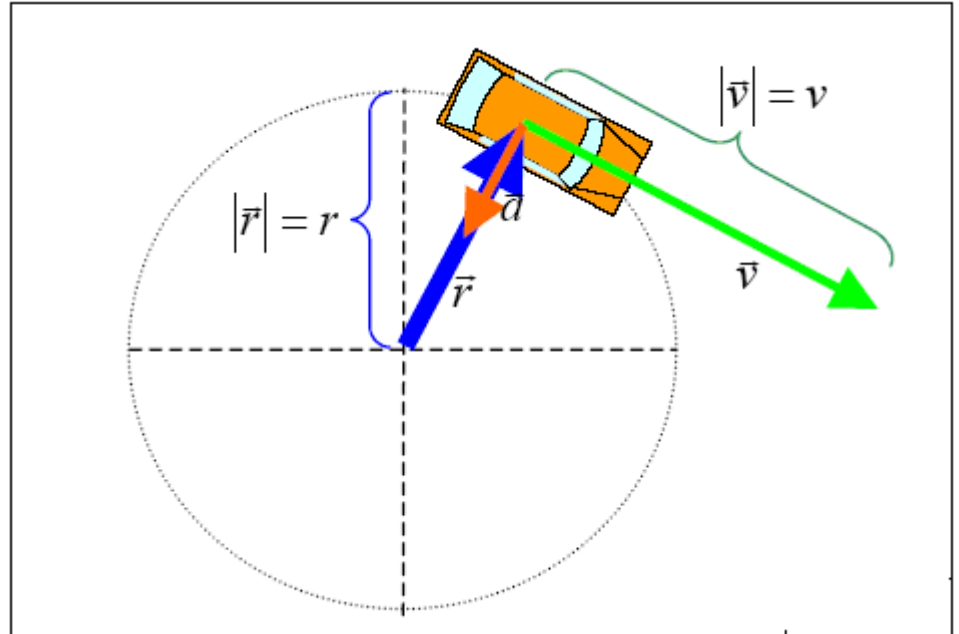
## Conceptos previos

**FUERZA CENTRÍPETA Y CENTRÍFUGA.** De acuerdo con la segunda ley de Newton

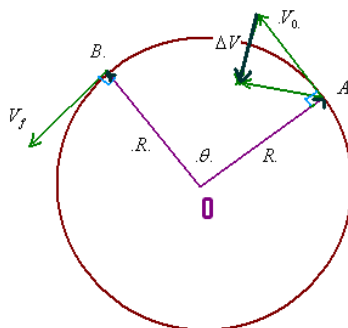
$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

para que un cuerpo pesa una aceleración debe actuar permanentemente sobre el una fuerza resultante y la aceleración tiene el mismo sentido que la fuerza aplicada. Por lo tanto, sobre todo cuerpo que gira sobre una circunferencia actúa una fuerza hacia el centro de giro que se llama FUERZA CENTRÍPETA =  $F_c$ , que es la que obliga al cuerpo a mantenerse sobre la trayectoria circular comunicándole la aceleración centrípeta

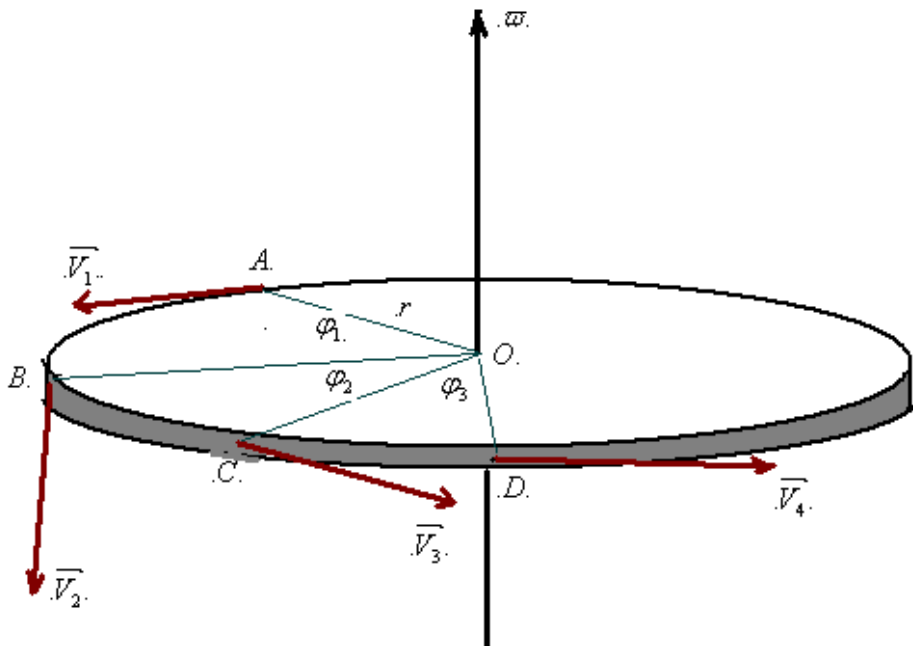
Se denomina así además porque el cambio de la velocidad es radial, por lo tanto la rapidez de cambio de la velocidad es también radial que corresponde a la aceleración centrípeta.



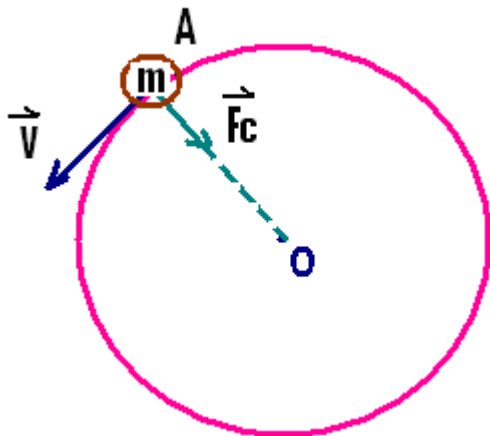
Observe las figuras para aclarar estos conceptos.



- $A$  :posición inicial
- $B$  :posición final
- $V_0$  :velocidad tangencial inicial en el punto A
- $V_f$  velocidad tangencial final en el punto B
- $\Delta V$  Cambio o variación de la velocidad
- $\frac{\Delta V}{t}$  Cambio de velocidad en el tiempo  $t$ , corresponde a la aceleración radial o centrípeta
- $OA$  vector posición inicial
- $OB$  vector posición final
- $\omega$  velocidad angular en unidades rad/s

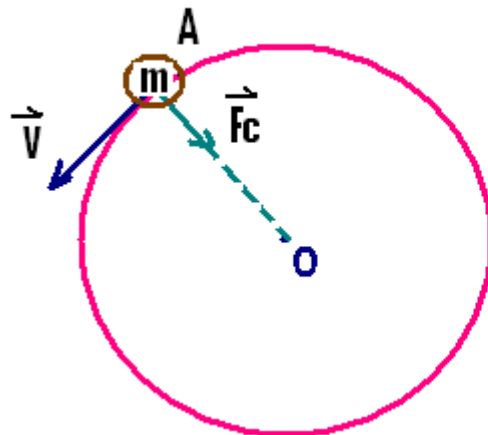


Ahora volvamos a lo que nos interesa:



$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{2\pi v}{T}$$

Si no existiera esta fuerza el cuerpo seguiría un movimiento rectilíneo y uniforme según la tangente en el punto en que desapareciera; el cuerpo en ese punto trata de conservar su inercia (movimiento uniforme y rectilíneo)



$$F_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$F_c = m \omega^2 R$$

$$F_c = m \frac{2\pi v}{T}$$

Además como la fuerza centrípeta es perpendicular a la trayectoria (perpendicular a la tangente en cada punto de la circunferencia) no efectúa ningún trabajo

Siendo  $F=ma_c$  se obtiene para la fuerza centrípeta los valores:

Es esta fuerza la que actúa sobre el cuerpo y la que transforma al movimiento rectilíneo y uniforme que debiera seguir el cuerpo en cada punto de la circunferencia en el movimiento circular que realmente sigue; en el movimiento circular uniforme el módulo de esta fuerza es constante y, en consecuencia, el valor de la aceleración centrípeta también lo es.

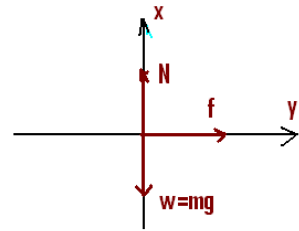
De acuerdo con el principio de acción y reacción de Newton a la fuerza centrípeta  $F_c$  le corresponde una fuerza de igual módulo pero de sentido contrario, es decir, dirigida radialmente hacia fuera

Si atamos una piedra con un cordel y lo hacemos girar en torno a nuestra mano, el cordel ejerce sobre la piedra una fuerza centrípeta, que como ya se dijo, obliga a la piedra a seguir la trayectoria circular. Pero el cuerpo reacciona contra esta variación del movimiento y “estira” el cordel ejerciendo una fuerza hacia afuera que se llama **“FUERZA CENTRIFUGA”**. Esta reacción centrífuga ejercida por el cuerpo que gira sobre el cordel es de igual magnitud que la centrípeta pero de sentido contrario, y no es más que la manifestación de la inercia del cuerpo que tiende a seguir la trayectoria rectilínea con movimiento uniforme. Debo hacer notar que las fuerzas centrípeta y centrífuga, no actúan sobre el mismo cuerpo, sino sobre cuerpos diferentes; en el ejemplo anterior la centrípeta actúa sobre la piedra y la centrífuga sobre el eje a lo largo del cordel (sobre el cuerpo actúa solo la centrípeta y por lo tanto no está en equilibrio)

### **Veamos algunos ejemplos:**

- 1.- En el movimiento de los planetas en torno al sol, la fuerza centrípeta es la fuerza de atracción del sol sobre el planeta, la fuerza centrífuga es la fuerza que el planeta actúa sobre el sol.
- 2.- El barro pegado a las ruedas de los autos sale desprendido tangencialmente a medida que la velocidad aumenta.
- 3.- En las curvas las ruedas del metro tren Merval ejercen una fuerza sobre los rieles y estos a su vez, actúan con la misma fuerza –y contraria – contra las ruedas para impedir el descarrilamiento. Y tantos otros ejemplos

**Tomando una curva plana.:** El coche de la figura va por una curva plana de radio R, si el coeficiente de fricción entre las ruedas y el camino es  $\mu$ . Cual es la máxima velocidad con que puede tomarse la curva sin derrapar?



En el diagrama de cuerpo libre se observa que la fuerza centrípeta que causa la aceleración centrípeta corresponde a la fuerza de roce  $f$ , por lo tanto se puede escribir:

$$X: f = m m \frac{V^2}{R} \quad Y: N - mg = 0$$

La primera ecuación muestra que la fuerza de fricción necesaria para seguir la trayectoria circular aumenta con la rapidez del auto, pero la fuerza de fricción máxima disponible es

$$f_{\max} = \mu N = \mu mg$$

Que es constante y determina la máxima velocidad del auto. Sustituyendo se obtiene:

$$\mu mg = m \frac{V_{\max}^2}{R} \quad \text{de donde la máxima velocidad es:}$$

$$V_{\max} = \sqrt{\mu g R}$$

Es decir la máxima velocidad no depende de la masa del auto. Por otro lado si tomamos la curva a una velocidad menor que la máxima, la fuerza es menor que el valor máximo de la fuerza de roce. Si tratamos de tomar la curva con una velocidad mayor que la máxima, el auto podrá describir un círculo sin derrapar, pero el radio será mayor y el auto se saldrá del camino.

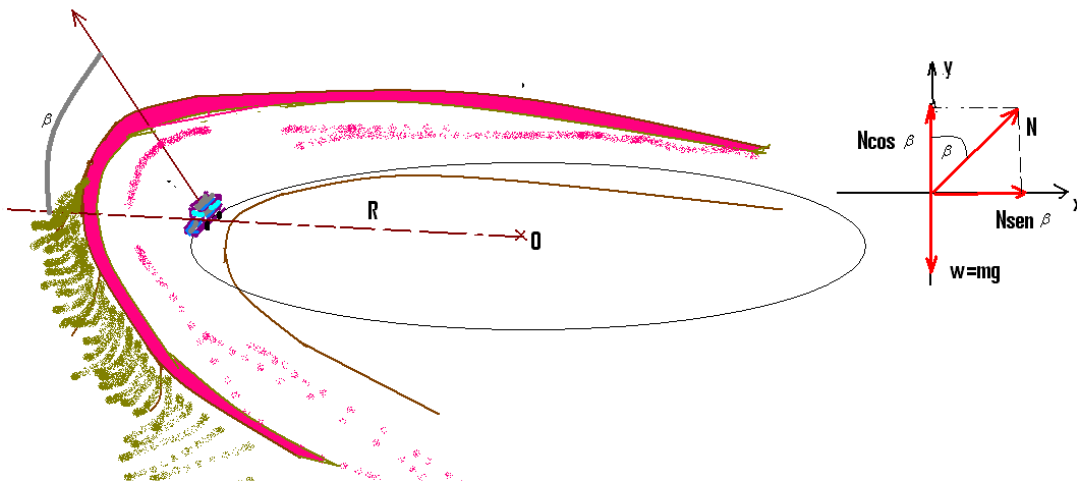
## TOMANDO UNA CURVA PERALTADA.

**El peralte:** es común ver en las rotondas de circunvalación de vehiculo que estas tienen cierta inclinación con respecto al plano horizontal, esto se debe a que este ángulo contrarresta de alguna manera la fuerza centrífuga, permitiendo que el vehiculo no se “vaya por la tangente”. Todos estos peraltes contienen por construcción una velocidad límite o de escape de acuerdo al ángulo del mismo del roce del radio de giro, y de la gravedad del lugar.

**El efecto del peralte es disminuir la fuerza centrífuga cuyo modulo equivale a la fuerza centrípeta, esto se logra porque finalmente no es toda la normal la que se relaciona con la fuerza centrípeta sino que una componente de ella**

Es posible peraltar una curva con un ángulo tal que los coches que viajan con cierta rapidez no necesitan fricción. El auto podría tomar la curva aun sobre hielo húmedo con ruedas de teflón. Las carreras de trineo se basan en la misma idea

**Problema:** un ingeniero propone reconstruir la curva del ejemplo anterior (plana) de modo que un auto con rapidez  $V$  pueda tomar la curva aunque no haya fricción. ¿Que ángulo debe tener la curva?



**Solución.** En el diagrama de cuerpo libre, la fuerza normal ya no es vertical, sino perpendicular al camino, por tanto tiene una componente vertical  $N \cos \beta$  y una horizontal  $N \sin \beta$ . Si se quiere tomar la curva sin depender de la fricción, por tanto la única fuerza que produce el movimiento circular es la componente horizontal  $N \sin \beta$ , esto es:

$$N \sin \beta = m \frac{V^2}{R} \quad \text{y} \quad \text{además} \quad N \cos \beta - mg = 0, \quad \text{dividiendo ambas igualdades}$$

tenemos:

$$\tan \beta = \frac{V^2}{gR}$$

El ángulo del peralte depende de la rapidez y del radio. Para un radio dado, no hay ángulo que sea correcto para todas las velocidades. Al diseñar autopista y ferrocarriles, es usual peraltar las curvas para la rapidez media del tráfico. Si  $R=230 \text{ m}$  y  $V=25 \text{ m/s}$  (88km/h), entonces:

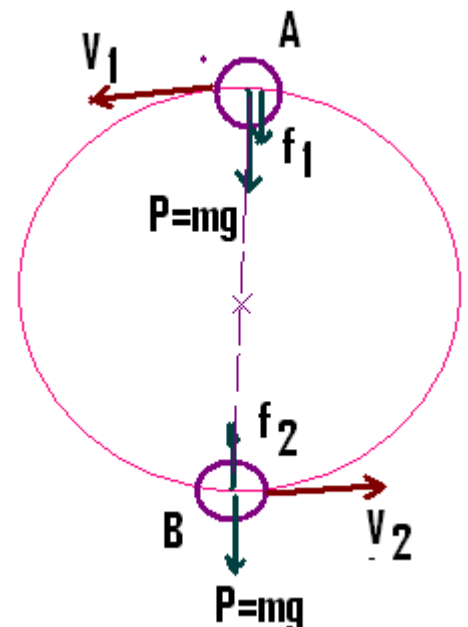
$$\beta = \arctan \frac{(25 \text{ m/s})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(230 \text{ m})} = 15^\circ$$

### Problemas de aplicación:

1.- Un cuerpo de peso  $P = mg$  gira en una circunferencia vertical de radio  $R$  atado a un cordel. Calcular la tensión del cordel en el punto mas alto A y en el mas bajo B

$$(f_1 = m \frac{V_1^2}{R} - mg, \quad \text{y}$$

$$f_2 = m \frac{V_2^2}{R} + mg$$

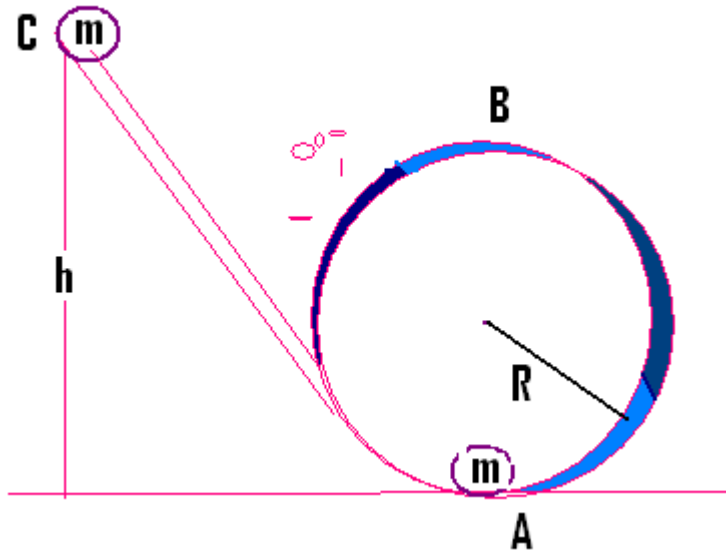


2.-En el problema anterior calcular la velocidad crítica (velocidad mínima para no caer) en el punto mas alto A.

$$(\sqrt{gR})$$

3.- ¿Cuál es la fuerza que ejerce el riel sobre la bolita en A al ser lanzado de una altura tal que equivale a su velocidad crítica.

¿De que altura debe lanzarse para que en B alcance su velocidad crítica?



$$(N=m \frac{V^2}{R} + mg \quad , \quad h=\frac{5}{2}R \quad )$$

4.- Calcular la rapidez con que gira un satélite para mantenerse en una orbita circular a 30 Km. de la superficie terrestre. (Radio de la tierra, 6370Km y  $g=9.75 \text{ m/s}^2$  en esa orbita.

$$(28440 \text{ Km. /h})$$

5.- Un perno esta situado a 10cm del eje del volante de una maquina que gira a 2400rpm. ¿que aceleración centrípeta tiene el perno?

$$(640 \pi^2 \text{ m/s}^2)$$

6.- Un cuerpo de 200gr. Gira en un plano horizontal unido a un cable de 40 cm. de largo a 2400rpm. ¿Que tensión soporta el cable?

$$(5120 \text{ N})$$

7.- Un cuerpo de 100gr. Gira horizontalmente en una circunferencia de 25 m de radio. Si el periodo es 0.25 s. Cual es la frecuencia en p.m.? ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre el cuerpo?

$$(240 \text{ rpm} \quad , \quad 1580\text{N})$$

8.- ¿Cuál es la intensidad del campo gravitatorio terrestre (aceleración de gravedad) en una orbita de un satélite que gira a 280km de la tierra siendo su masa m?

$$(9.1 \text{ m/s}^2)$$

9.- un satélite se mueve en una órbita circular a 280km de la tierra .¿Cual es su periodo de revolución? , ¿Con que velocidad gira?

$$\left(89\frac{1}{3} \text{ min.} , 28 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$$

10.- Un avión en picada sale de su trayectoria a 1080 km/h describiendo un arco de 4km de radio .Si la masa del piloto es 80kg, compare la fuerza que actúa sobre el en este caso con su propio peso.

$$(2.25 \text{ veces mayor que su propio peso } = 2.25g)$$

11.- Siendo R el radio terrestre, r la distancia del centro de la tierra al centro de un

satélite, el periodo T del satélite es:  $T = \frac{2\pi r}{R} \sqrt{\frac{r}{g_0}}$  . Demuestre esta relación.

12.- Calcular el periodo de revolución de la luna si su distancia a la tierra es de 60 radios terrestres.

$$(27 \text{ días, } 7 \text{ horas, } 43,20 \text{ seg.})$$

13.- La velocidad circunferencial con que gira un satélite en torno a la tierra de radio R

a la distancia r de su centro es:  $V = R \sqrt{\frac{g_0}{r}}$  . Demuestre esta relación

14.- La trayectoria de la luna en torno a la tierra es casi una circunferencia de aproximadamente 384000 Km. de radio, demora 27,3 días en recorrerla.

14.1.- ¿Cuál es su rapidez tangencial o circunferencial?

14.2.- ¿Cuál es la aceleración de la luna hacia la tierra?

14.3.- Si la masa de la luna es aproximadamente 1/81 de la de la tierra .¿Cual es la fuerza que mantiene a la luna en su órbita?

$$(1030 \text{ m/s} , 0.00276 \text{ m/s}^2 , 2 \times 10^{20} \text{ N} )$$

15.- A cierta distancia de la luna gira un satélite de 40 kg. Sobre el cual el campo actúa con una fuerza de 320N.

15.1.- ¿A que altura se encuentra el satélite si la masa de la tierra es  $5.98 \times 10^{24}$  kg. y su radio 6370km?

15.2.- ¿Cuál es el periodo del satélite?

15.3.- ¿Cuál es su velocidad tangencial?

$$(630 \text{ Km.} , 1,627 \text{ h} , 27000 \text{ km/h})$$

16.- Un móvil gira en una circunferencia dando 168 vueltas en 24 s con una velocidad de  $140\pi$  cm/s. ¿Cual es la aceleración centrípeta que experimenta?

$$(195 \text{ m/s}^2)$$

17.- En una curva en un camino plano horizontal de radio R=40m existe un coeficiente cinético de 0.35 .¿Cual es la máxima velocidad a que puede tomar la curva un auto sin derrapar?

18.- En una curva en un camino plano horizontal de radio  $R=40\text{m}$  .Un auto toma la curva a  $120\text{km/h}$ .¿Cual es el valor máximo del coeficiente cinético entre el camino y el pavimento a que puede tomar la curva un auto sin derrapar?

19.- Una curva de  $120\text{m}$  de radio en un camino horizontal tiene peralte para una rapidez de  $15\text{m/s}$  .Si un coche la toma a  $30\text{m/s}$  .¿Que coeficiente de fricción mínimo debe haber entre las ruedas y el camino para que no resbale?

20.- Considere un camino peraltado donde el coeficiente de roce cinético es  $0.35$  y el coeficiente de roce estático es  $0.25$  entre las ruedas y el camino .El radio de la curva  $R=50\text{m}$ , .Si el ángulo de peralte es  $25^\circ$ .

20.1.- ¿Cuál es la máxima rapidez que puede tener un coche antes de resbalar peralte arriba?

20.2.- ¿Cuál es la mínima rapidez que debe tener para no resbalar peralte abajo?

21.- Un joven conduce con su amiga sentada en el asiento del copiloto, y decide usar la física para tenerla mas cerca dando una vuelta rápida.

21.1.-¿Debe girar el auto a la derecha o a la izquierda para lograr su romántico objetivo?

21.2.- Si el coeficiente de fricción estática entre la amiga y el asiento es de  $0.40$  y el auto viaja a  $25\text{m/s}$  (constante) ¿Con que radio máximo de la curva la amiga todavía se desliza hacia el joven galán?

22.-¿Cuál es la máxima rapidez con la que un automóvil puede tomar una curva de  $25\text{m}$  de radio en un camino plano , si el coeficiente de roce estático entre las llantas y la carretera es de  $0.80$ ?

( $14\text{m/s}$ )

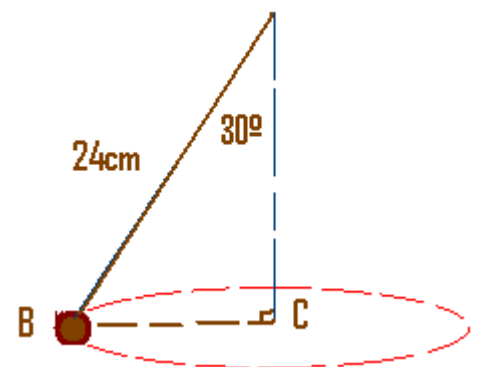
23.- Una nave espacial se encuentra en orbita alrededor de la luna a una altura de  $20.000\text{m}$  . Suponga que solamente la atracción gravitacional lunar actúa sobre ella.

Encontrar la rapidez y el tiempo que tarda en completar una órbita

(para la luna  $M_l=7.34\times 10^{22}$  y  $R=1.738\times 10^6$ )

24.- Como se muestra en la fig. Una pelota B esta amarrada a uno de los extremos de un cordel de  $24\text{m}$ . de longitud, y el otro extremo se encuentra sujeto a un punto fijo O. La pelota se mueve en un círculo horizontal como se indica. Encontrar la rapidez de la pelota en su trayectoria circular, si el cordel forma un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical.

( $0.82\text{m/s}$ )



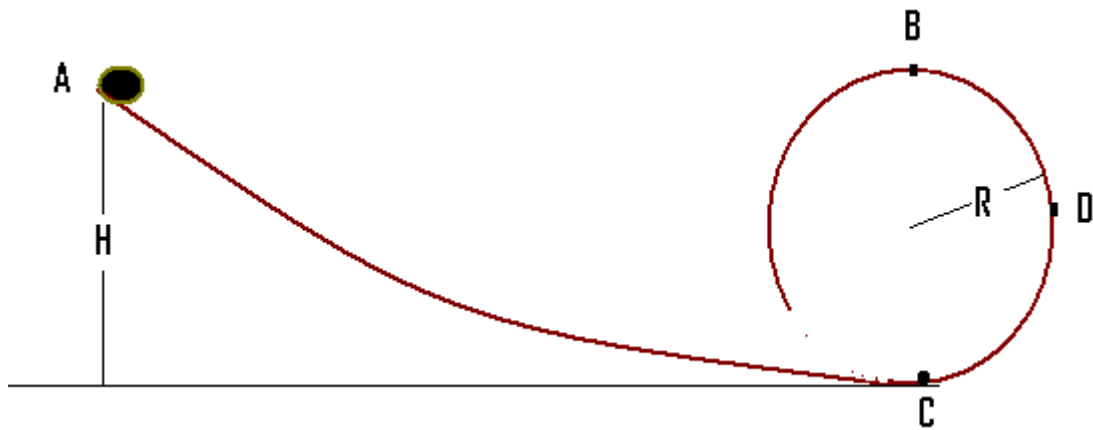
25.- Como se muestra en la fig. una cuenta de  $20\text{g}$ . resbala desde el reposo desde el punto A , a lo largo de un alambre sin fricción , si  $H=25\text{cm}$  y  $R=5\text{cm}$  .¿Cual es la magnitud de la fuerza sobre la cuenta en el punto?

25.1.- B

25.2.- D

( $0.98\text{N}$  ,  $1.57\text{N}$  )





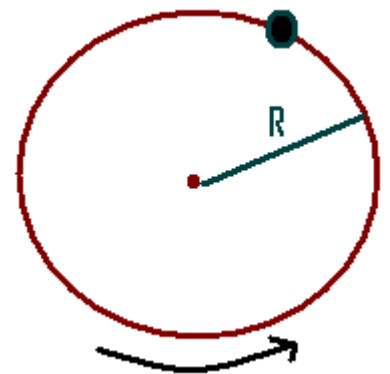
26.- Como se indica en la fig. un cuerpo de 0.9 kg. Amarrado a una cuerda gira en un circulo vertical de 2,5 m de radio

26.1.- ¿Cuál debe ser la velocidad mínima que debe tener en el punto mas alto del circulo , de tal forma que no salga de la trayectoria circular?

26.2.- Bajo la condición establecida en 26.1.- ¿Cuál es la rapidez en el punto mas bajo?

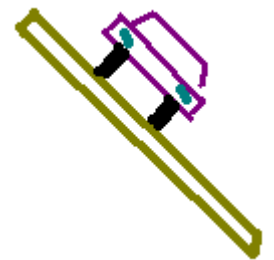
26.3.- ¿Cuál es la tensión de la cuerda cuando el cuerpo esta en el punto mas bajo del circulo y moviéndose con la rapidez critica?

(4.95 m/s , 11.1 m/s , 53N )



27.- una curva de 30m de radio va a ser peraltada para que un auto pueda tomarla con una rapidez de 13m/s sin depender de la fricción .¿Cual debe ser la pendiente de la curva (peralte)?

(30°)



28.- como se muestra en la fig. un cascaron cilindrico de radio R gira con velocidad angular W . Un bloque de manera se recarga en la superficie interior y giran con el . Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0.30 .¿Con que rapidez debe girar el cascarón para que el bloque no resbale y caiga? (Suponga R= 150cm )

(0.743 rev/s)

